Material Didático do Curso de Engenharia Mecânica da UniEVANGÉLICA

Disciplina: Cálculo 2
Docentes: Cláudia Gomes de O. dos Santos
Haydeé Lisboa Vieira Machado

Volume 01, 2018

Centro Universitário de Anápolis - UniEVANGÉLICA

CENTRO UNIVERSITÁRIO DE ANÁPOLIS - UniEVANGÉLICA
Curso de Engenharia Mecânica
Avenida Universitária Km 3,5 Cx. Postal 122 e 901 – CEP: 75 070 – 290 – Anápolis–GO
Fones: (062) 3310 – 6754 e 3310 – 6654

Curso: Engenharia Mecânica	Período: 3º
Disciplina: Cálculo 2	
Docentes: Profª Me. Cláudia Gomes de Oliveira dos Santos Profª Me. Haydeé Lisboa V. Machado	Data: 02/AGO /2018
Discentes: Todos os alunos	

GUIA DE ESTUDOS Aplicação da Integral nas mais diversas áreas

EMENTA
Métodos de Integração. Aplicações da integral definida..

OBJETIVOS
Fornecer aos alunos as noções básicas do Cálculo Diferencial, enfatizando suas aplicações à Engenharia e outras Ciências, promovendo assim a busca de descobertas e a formulação de estratégias na resolução de problemas, com um intuíto de despertar a motivação nos acadêmicos para cursar Engenharia Mecânica.

CONTRIBUIÇÃO PARA O PERFIL DO EGRESSO
O estudo da derivada e integral busca compreender e aplicar conhecimentos matemáticos, científicos, tecnológicos e instrumentais à engenharia de forma independente e também em equip).

OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM

- Desenvolver o espírito científico e o raciocínio lógico, com aquisição de conhecimentos que auxiliem o aluno na formação de sua cultura geral.
- Definir integral e estudar os principais integrais, de forma a oferecer condições para a fundamentação teórica dos itens posteriores.
- Estudar a integral e suas aplicações nas engenharias
- Desenvolver atividades teóricas, práticas e experimentais de maneira a consolidar o processo de ensino e de aprendizagem;
- Estimular a participação em projetos de pesquisas e extensão;
- Desenvolver os conteúdos com foco em habilidades e competências desejadas no perfil do egresso;
- Estimular o desenvolvimento das relações humanas e habilidades de comunicação no ambiente de trabalho;
- Destacar a importância dos princípios éticos, morais e respeito à cidadania para obter um crescimento sustentável;
- Desenvolver atividades inter e multidisciplinares no âmbito de todo o curso.

UNIDADE/TEMA DE ESTUDO:

Integral, propriedade e suas aplicações.

Questões a serem estudadas

1 – A densidade linear de um cabo de comprimento de 1 m é dado por $\rho(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$ em gramas por centímetro a partir da extremidade do cabo. Encontre a massa do cabo. Obs.: $\rho(x) = \dfrac{dm}{dx}$

2 – A densidade linear de uma barra de comprimento de 4 m é dado por $\rho(x) = 9 + \sqrt{x}$ em kilogramas por metro a partir da extremidade do cabo. Encontre a massa total da barra.

3 – A água escoa pelo fundo de um tanque de armazenamento a uma taxa de $r(t) = 200 - 4t$ litros por minuto, onde $0 \le t \le 50$ Encontre a quantidade de água que escoa do tanque durante os primeiros dez minutos.

4 – Um modelo para a taxa de metabolismo basal, em kcal/h de um homem jovem é $r(t) = 85 - 0{,}18\cos(\pi t / 12)$ em que t é o tempo em horas medido a partir de 5 horas da manhã. Qual é o metabolismo basal total deste homem, $\int_0^{24} r(t)dt$ em um período de 24 horas?

5 - Um tanque de armazenamento de petróleo sofre uma ruptura em t = 0 e o petróleo vaza do tanque a uma taxa de $r(t) = 100e^{-0{,}01t}$ litros por minuto. Quanto petróleo vazou na primeira hora?

6 – Uma população de bactérias tem inicialmente 400 bactérias e cresce a uma taxa de $r(t) = 450268e^{1{,}12563t}$ bactérias por hora, qual a população de bactérias daqui 2 horas?

7 - O petróleo contido em um tanque furado está vazando a uma taxa de $r(t) = 50e^{-0{,}02t}$ milhares de litros por minuto.

(a) A que taxa o petróleo está vazando, em litros por minuto, no instante t=0? E no instante t =60?

(b) Quantos litros vazam durante a primeira hora?

8 - Um tanque de armazenamento de petróleo sofre uma ruptura em t = 0, e o petróleo vaza do tanque a uma taxa de $r(t) = \dfrac{3t}{\sqrt{3t^2 + 2}}$ litros por minuto. Quanto petróleo vazou na primeira hora?

9 - Uma partícula move-se de acordo com a expressão $a(t) = 2\cos(\frac{t}{2}) + 3sen(t)$, sabendo que $s(0) = 0$, $s(\pi) = 0$ encontre a posição da partícula *s(t)*.

10 - Os sismólogos estão monitorando os movimentos da uma falha lateral direita. (“Lateral” significa que duas placas continentais estão passando uma ao lado da outra, e a “direita” indica que acidentes geográficos situados em lados opostos das falhas parecem estar se movendo para direita.) As medidas mostram que a falha está se movendo com velocidade $\dfrac{dy}{dt} = 0{,}6t + \sqrt{t} - \dfrac{10}{t+4} + sen(2t)$ centímetros por ano. Determine a função que representa o de deslocamento medido pelos cientistas, considerando que f(1)=0.

11) O volume de gasolina num tanque é *V* m³ quando a profundidade da gasolina é *h* m. Se a taxa de variação de *V* em relação a *h* for:

$$\frac{dV}{dh} = \pi(3h^2 + 12h + 9)$$

O volume de gasolina no tanque quando a profundidade for de 4 m, será de:

12) - A densidade linear de uma barra de comprimento de 9 m é dado por $\rho(x) = 2x + \frac{1}{\sqrt{x}}$ em kilogramas por metro a partir da extremidade do cabo. O Valor da massa total da barra: Obs.:

13 - O volume de um balão está crescendo de acordo com a fórmula $\frac{dV}{dt} = \sqrt{2t+3} + \frac{2}{3}t$, onde V cm³ é o volume do balão em t s. Se V = 33 quando t = 3, ache:

(a) fórmula para V em termos de t;

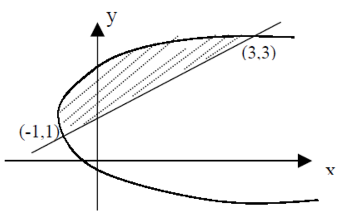
(b) o volume do balão em 11s.

14) Uma das aplicações da integral, é o cálculo do valor médio da função em um intervalo [a, b], dado por: $Vm = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(t)\,dt$. Num circuito elétrico, suponha que a força eletromotriz seja E volts em t segundos e que $E = 3t\,sen(3t)$. O valor médio da força eletromotriz no intervalo de t = 0 a $t = \frac{\pi}{3}$ é:

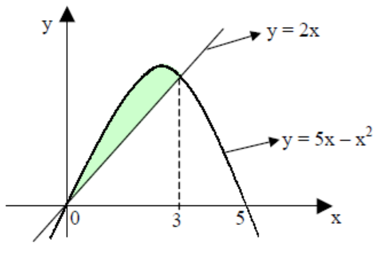
15) Determine a área da região limitada pelas curvas $y = 4 - x^2$ e $y = x^2 - 4x + 4$ e esboce o gráfico.

16) Calcule a área entre as curvas

a) $x = y^2 - 2y$ e $x = 2y - 3$

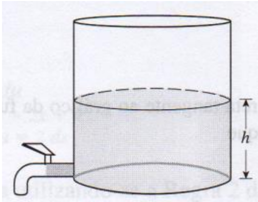


b)



17) Num circuito elétrico, suponha que a força eletromotriz seja E volts em t segundos e que $E = 2sen^2(3t)$. Ache o valor médio de E de t = 0 a t = π/3.

18) Um tanque tem uma seção transversal constante de área de 50 pés quadrados e um orifício no fundo de ½ pé quadrado (veja a figura a seguir)



Se enchermos o tanque com a água até uma altura de *h* pés e depois o deixamos esvaziar, então a altura da água decresce a uma taxa descrita pela equação

$$\frac{dh}{dt} = -\frac{1}{25}\left(\sqrt{20} - \frac{t}{50}\right) \qquad (0 \le t \le 50\sqrt{20})$$

Encontre uma expressão para a altura da água em qualquer instante *t* se a altura inicial for de 20 pés

(h(0) = 20).

19) Se *q* coulombs for a carga de eletricidade recebida por um condensador de um circuito elétrico de *i* amperes em *t* segundos, então $i = \frac{dq}{dt}$. Se $i = 4\sec(2t)tg(2t)$ determine a carga de t = 0 a t = $\frac{\pi}{8}$ ou seja $\int_0^{\frac{\pi}{8}} i\,dt$

20) Resolva as integrais abaixo:

a) $\int_1^2 \frac{4\ln(x)}{x}dx$ c) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (1-\cos(2t))sen(2t)dt$

b) $\int_{-1}^{1} \frac{4r}{(4+r^2)^2}dr$

22) Uma força de retardamento, simbolizada pelo amortecedor na figura, diminui o movimento da massa presa à mola, de maneira que a posição da massa no instante t é $y = 4e^{-t}t$. Encontre o valor médio de y no intervalo $0 \le t \le 3$. O valor médio de uma função é dado por: $Vm = \frac{1}{b-a}\int_a^b y\,dt$.

23) Se *q* coulombs for a carga de eletricidade recebida por um condensador de um circuito elétrico de *i* amperes em *t* s, então $i = \frac{dq}{dt}$. Se $i = 5sen(60t)$ e q = 0 quando $t = \frac{\pi}{2}$. Determine a expressão da carga.

24) Um foguete acelera pela queima do combustível a bordo; assim, sua massa diminui com o tempo. Suponha que a massa inicial do foguete no lançamento (incluindo o combustível) sejam m, que o combustível seja consumido a uma taxa r, e que os gases de exaustão sejam ejetados a uma velocidade constante v_e (relativa ao foguete). Um modelo para a velocidade do foguete no instante t é dado pela seguinte equação:

$v(t) = -gt - v_e \ln\left(\frac{m-rt}{m}\right)$

Em que g é a aceleração da gravidade e t não é muito grande. Se g = 9,8 m/s², m = 30000 kg, r = 160 kg/s e v_e = 3000 m/s, ache a altitude do foguete 1 minuto após o lançamento.

25) Em águas calmas, o petróleo vazando do casco perfurado de um petroleiro forma uma camada de óleo com formato circular. Suponha que o raio *r* do círculo está crescendo a uma taxa de

$$r'(t) = \frac{30}{\sqrt{2t+4}}$$

pés/minuto após *t* minutos de o casco ter sido perfurado. A expressão para o raio no instante *t* pode ser encontrado através da antiderivada e com isso pode-se calcular a área contaminada. Calcule o valor do raio após 16 minutos da perfuração.

26) Um copo de limonada a uma temperatura de 40ºF é deixado em uma sala cuja temperatura constante é de 70ºF. Usando um princípio da Física denominado Lei
do Resfriamento de Newton, pode-se mostrar que, se a temperatura da limonada atingir os 52ºF em uma hora, então sua temperatura *T* como função do tempo decorrido pode ser modelada pela equação

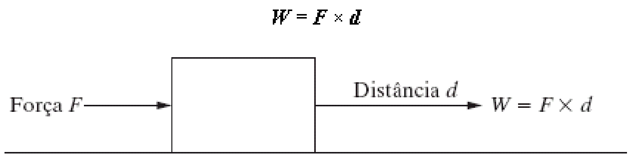
$$T = 70 - 30e^{-0,5t}$$

onde *T* está em graus Fahrenheit e *t*, em horas. O gráfico dessa equação, mostrado na Figura abaixo, confirma nossa experiencia do dia a dia de que a temperatura da limonada converge gradualmente à temperatura da sala. Uma das aplicações da integral é no calculo do valor médio de uma expressão f(x) que pode ser dado por $Vm = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(t)dt$ utilizando essa aplicação, determine a temperatura média da limonada ao longo das primeiras 5 horas.

27) O custo total da compra e manutenção de um equipamento por *x* anos pode ser modelado por $C = 5000\left(2 + 5\int_0^x \sqrt[4]{t}\,dt\right)$.

Determine o custo total depois de dezesseis anos.

28 - Trabalho é realizado quando uma força é aplicada a um objeto para movê-lo por certa distância. Se a força *F* for constante, o trabalho realizado é apenas a força multiplicada pela distância, como indicado na Fig



Força *F* movendo um objeto por uma distância *d*.

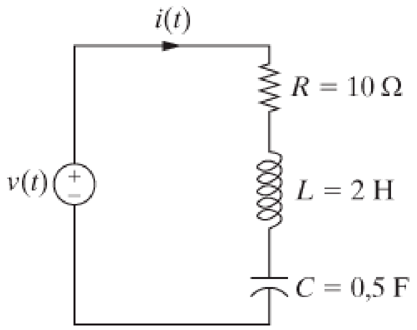
O trabalho pode ser calculado através da integral abaixo:

$$W = \int_0^d f(x)\,dx$$

$$f(x) = 2\,\text{sen}\left(\frac{\pi}{2}x\right) + 3\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)\ \text{N}$$

Calcule o trabalho para a função, com d = 1:

29 - O circuito RLC representado na Figura abaixo tem *R* = 10 Ω, *L* = 2 H e *C* = 0,5 F. Admitindo que a corrente *i*(*t*) que flui no circuito seja $i(t) = 10\ \text{sen}\,(240\pi\, t)$ A, determine a tensão *v*(*t*) fornecida pela fonte de alimentação:



$$v(t) = i\,R + L\,\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C}\int_0^t i(t)\,dt$$

DICAS DE BIBLIOGRAFIA:

ÁVILA, Geraldo S. **Cálculo das funções de uma variável**. 7 ed. vol. 1. Rio de Janeiro: LTC, 2012
FLEMMING, D. M.; GONÇALVES, M. B. **Cálculo A: Funções, Limite, Derivação e Integração**. 6. ed. São Paulo: Pearson, 2006.
THOMAS, G. B., **Cálculo 1**. 11. ed. São Paulo: Pearson/Prentice Hall, 2008www.esab.com.br/br/pt/education/.../1901097rev1_apostilaeletrodosrevestidos_ok.pdf

HIMONAS, A., HOWARD, A., **Cálculo: Conceitos e Aplicações**. Rio de Janeiro: LTC, 2005

ANTON, Howard., **Cálculo: um novo horizonte**. Vol. 1. 6 ed. Porto Alegre: Bookman, 2000. ÁVILA, Geraldo S.; ARAÚJO, Luís C. L., **Cálculo: ilustrado, prático e descomplicado**, Rio de Janeiro: LTC, 2012. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/978-85-216-2128-7/cfi/5!/4/4@0.00:53.0. Acesso em: 27 jul. 2017.

Profª Me Cláudia Gomes de Oliveira dos Santos

Profª Me. Haydeé Lisboa Vieira Machado